

# Исследование некоторых характеристик сетей массового обслуживания\*

Пономарев Д.Ю.

Красноярский государственный технический университет  
660074, Красноярск, ул. Киренского, 26  
E-mail: kafaes@krasmail.ru

## Аннотация

Моделирование информационных систем различного назначения очень часто сводится к исследованию различных параметров и характеристик систем и сетей массового обслуживания. Теория массового обслуживания предлагает достаточно много возможностей по оценке вероятностно-временных характеристик систем массового обслуживания различного вида, однако объединение систем в единую сеть массового обслуживания приводит к усложнению задачи анализа характеристик систем, особенно при исследовании сетей большой размерности. В данной работе предлагается метод оценки вероятностно-временных характеристик сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии, что позволяет обеспечить более простое решение данной задачи.

Исследованию систем массового обслуживания посвящено достаточно большое количество работ. Известны результаты, полученные для систем с различными параметрами и характеристиками: по входному потоку, по распределению длительности обслуживания, по количеству обслуживающих приборов, по размерности буфера, приоритетам и т.д. Однако, в связи с тем, что в реальности применение отдельных систем массового обслуживания, а тем более использование систем массового обслуживания, как моделей реальных информационных (измерительных, телекоммуникационных, управляющих) систем, сильно ограничено. Для моделирования

---

\*Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-1232.2005.9

большинства реальных комплексов обслуживания информационных потоков необходимо использовать набор систем массового обслуживания с определенной структурой связи между ними, т.е. в качестве модели требуется применение сетей массового обслуживания.

Сети массового обслуживания также исследуются достаточно давно, существует достаточно много классов сетей с известными результатами, однако при этом достаточно сложно применять полученный математический аппарат для инженерного анализа реальных информационных систем. В связи с этим, а также со все более усложняющимися технологиями обслуживания информационных потоков, увеличением масштабов сетей, усложнением процессов обеспечения качества обслуживания, актуальной становится задача обеспечения дальнейшего развития информационных сетей простым, удобным и понятным аппаратом исследования основных характеристик данных сетей.

В данной работе предлагается применить для оценки вероятностно - временных характеристик (ВВХ) сетей массового обслуживания математический аппарат преобразования систем координат, рассматривая сети массового обслуживания, как геометрические объекты, проекции которых в различных системах координат различны, но физические свойства самих объектов при этом не меняются. Основоположником тензорной методологии анализа систем является известный американский ученый и инженер Г. Крон, который впервые использовал тензорный анализ и топологию в приложении к теории электрических сетей [1]. Дальнейшее развитие идеи тензорного анализа для информационных систем получили в работах Петрова А.Е., Арменского А.Е., Кузнецова О.Л., Петрова М.Н. [2] и др.

Для инженерного анализа ВВХ сетей массового обслуживания (СеМО) в данной работе предлагается использовать в качестве инвариантного уравнения известное выражение для определения коэффициента использования устройств ( $\rho$ ), дающее связь между интенсивностью поступления вызовов ( $\lambda$ ) и средним временем обслуживания:

$$\rho = \lambda t. \quad (1)$$

Однако, в отличие от методов в [3, 4, 5] позволяющих решать вопрос исследования сетей массового обслуживания, как моделей информационных сетей, с применением контурного метода, в данной работе предлагается использовать несколько другой подход, связанный с модификацией инвариантного уравнения (1):

$$\lambda = \rho \mu. \quad (2)$$

Определяя примитивную сеть, состоящую из такого же количества систем и описываемых инвариантным уравнением:  $\bar{\lambda}' = \rho' \mu'$ , находим матрицу перехода

( $\bar{A}$ ) от одной проекции к другой:  $\bar{\rho}' = \bar{A}\bar{\rho}$ , и определяем составляющие матричного уравнения:

$$\bar{A}^T \bar{\lambda}' = (\bar{A}^T \bar{\mu}' \bar{A}) \bar{\rho}. \quad (3)$$

Рассмотрим использование данного подхода для СеМО, изображенной на рис.1.

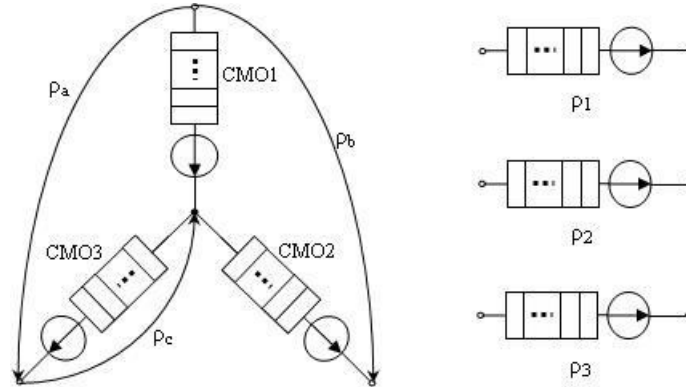


Рисунок 1 – Исследуемая сеть массового обслуживания (слева – исходная, справа – примитивная)

Для данной сети загрузка СМО1 будет определяться как:  $\rho_1 = \rho_a + \rho_c$ , для остальных аналогично:  $\rho_2 = -\rho_a + \rho_b - \rho_c$ ;  $\rho_3 = -\rho_c$ . Следовательно, матрица перехода будет иметь вид:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Запишем матричное уравнение (3) для рассматриваемой сети:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 & -\mu_2 & \mu_1 + \mu_2 \\ -\mu_2 & \mu_2 & -\mu_2 \\ \mu_1 + \mu_2 & -\mu_2 & \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 \\ \lambda_2 \\ \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 \end{pmatrix}$$

Решая данную систему относительно узловых загрузок  $\rho_a, \rho_b, \rho_c$ , при заданных интенсивностях обслуживания и поступления можно найти распределение загрузок в исследуемой сети. С другой стороны, в данной сети могут быть известны любые другие параметры, и возможно нахождение значений тех величин, которые наиболее интересны.

Кроме того, при объединении возможностей контурного [3, 4, 6] и представленного методов, появляется возможность решения задачи определения вероятностно-временных характеристик сетей так называемого ортогонального типа [1], что позволит обеспечить дальнейшее расширение класса сетей, для которых возможно применение тензорного подхода.

В результате можно отметить, что данный подход позволяет при неизвестных теоретических выражениях для некоторого класса СеМО оценивать их загрузку, а, следовательно, и анализировать качество обслуживания информационных потоков для сетей практически любой размерности. Кроме того, формализация процедуры определения распределения загрузки по узлам позволяет обеспечить простоту программной реализации данного метода [5].

## Список литературы

- [1] Крон Г. Тензорный анализ сетей — М.: Сов. радио, 1978.
- [2] Петров М.Н. Вероятностно-временные характеристики в сетях и системах передачи интегральной информации — Красноярск: КГТУ, 1997.
- [3] Ponomarev D.U. Tensors analysis for investigation next generation network // Proceedings of IEEE International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2005) – Tomsk: The Tomsk IEEE Chapter and Student Branch. – 2005. – P. 53-57.
- [4] Пономарев Д.Ю. О подходе к анализу сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии // Труды V Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '06. – М: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2006. – С. 697-704.
- [5] Красницкий И.Г., Пономарев Д.Ю. Программно-вычислительный комплекс для анализа вероятностно-временных характеристик сетей интегрального обслуживания. – М: ВНИИЦ, 2006. – №50200600037.
- [6] Пономарев Д.Ю. Тензорная методология в телекоммуникациях // Системы управления и информационные технологии. – 2006. – 1.1(23). – С. 161-165.