

К ВОПРОСУ ТЕНЗОРНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ*

Д.Ю. Пономарев

** Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-1232.2005.9*

Теория массового обслуживания предлагает достаточно много возможностей по оценке вероятностно-временных характеристик систем массового обслуживания, как моделей информационных систем, однако объединение отдельных систем в единую сеть приводит к усложнению задачи анализа характеристик систем, особенно при исследовании сетей большой размерности. В данной работе предлагается метод оценки вероятностно-временных характеристик сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии, что позволяет обеспечить более простое решение данной задачи.

About tensor method for information networks analysis.

D.U.Ponomarev

Queuing theory lets many abilities for estimation of probabilities and delay time of queuing systems as information systems model. However, integration this systems in one network complicated characteristics systems analysis problem, especially for large-scale network investigation. There is present tensor method for estimation of probabilities and delay time of queuing systems. This method let provide more simple solution this task.

Стремительный рост потребностей современного общества в информационных услугах приводит к созданию как новых услуг, так и новых технологий для их предоставления, а следовательно к усложнению и так достаточно сложных телекоммуникационных сетей. Требования как к службам, обеспечивающим создание и предоставление услуг, так и к транспортным службам, постоянно растут. Сложность технологий, разнородность информационных потоков, требования к качеству обслуживания все это приводит к необходимости создания методов, способных с достаточной точностью и в приемлемое время определить качественные показатели обработки информации в телекоммуникационных сетях.

Кроме того, конвергенция и интеграция технологий, требования к гибкости изменения структуры сети, ее надежности: все это необходимо учитывать при определении основных параметров качества обслуживания. В данной работе предлагается метод, позволяющий в какой то мере обеспечить определение данных параметров мультисервисных сетей связи с учетом всевозможных факторов.

В общем случае любая система и сеть связь может быть представлена набором систем массового обслуживания. Исследованию систем массового обслуживания посвящено достаточно большое количество работ. Известны результаты, полученные для систем с различными параметрами и характеристиками: по входному потоку, по распределению длительности обслуживания, по количеству обслуживающих приборов, по размерности буфера, приоритетам и т.д. Однако, в связи с тем, что в реальности применение отдельных систем массового обслуживания, а тем более использование систем массового обслуживания, как моделей реальных информационных (измерительных, телекоммуникационных, управляющих) систем, сильно ограничено.

Кибернетика и высокие технологии XXI века: Материалы VIII Международной научно-технической конференции. – Воронеж: НПФ «Саквое» ООО. – 2007. – Т.2. – С. 590-595.

Для моделирования большинства реальных комплексов обслуживания информационных потоков достаточно использовать набор систем массового обслуживания с определенной структурой связи между ними, т.е. в качестве модели можно рассматривать сети массового обслуживания.

Сети массового обслуживания также исследуются достаточно давно, существует достаточно много классов сетей с известными результатами, однако при этом достаточно сложно применять полученный математический аппарат для инженерного анализа реальных информационных систем. В связи с этим, а также со все более усложняющимися технологиями обслуживания информационных потоков, увеличением масштабов сетей, усложнением процессов обеспечения качества обслуживания, актуальной становится задача обеспечения дальнейшего развития информационных сетей простым, удобным и понятным аппаратом исследования основных характеристик данных сетей.

В данной работе предлагается применить для оценки вероятностно - временных характеристик (ВВХ) сетей массового обслуживания математический аппарат преобразования систем координат, рассматривая сети массового обслуживания, как геометрические объекты, проекции которых в различных системах координат различны, но физические свойства самих объектов при этом не меняются. Основоположителем тензорной методологии анализа систем является известный американский ученый и инженер Г. Крон, который впервые использовал тензорный анализ и топологию в приложении к теории электрических сетей [1]. Дальнейшее развитие идеи тензорного анализа для информационных систем получили в работах Петрова А.Е., Арменского А.Е., Кузнецова О.Л., Петрова М.Н.[2] и др.

Для инженерного анализа ВВХ сетей массового обслуживания (СМО) предложено использовать в качестве инвариантного уравнения известное выражение для определения коэффициента использования устройств (ρ), дающее связь между интенсивностью поступления вызовов (λ) и средним временем обслуживания $\bar{\rho} = \lambda \bar{t}_{\text{обсл}}$ [3-6]. Таким образом, координатами любого объекта в терминах тензорного подхода будут являться: загрузка систем массового обслуживания, среднее число вызовов в единицу времени и среднее время обслуживания (связана с интенсивностью обслуживания).

В качестве примера рассмотрим сеть, представленную на рис. 1.

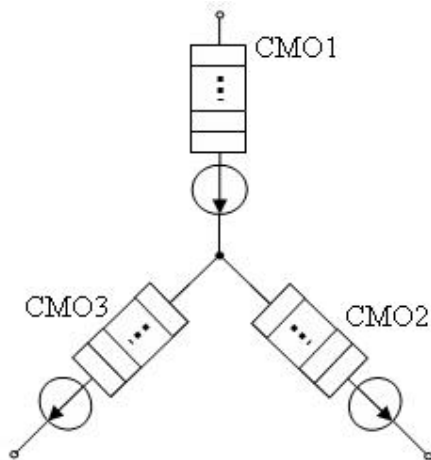


Рисунок 1 – Исследуемая сеть массового обслуживания

При использовании контурного метода для СеМО, состоящей из некоторого числа одноканальных систем с бесконечным буфером (данные параметры не являются ограничением метода) необходимо определить примитивную сеть, состоящую из такого же количества систем и описываемых инвариантным уравнением $\bar{\rho}' = \bar{\lambda}' \bar{T}'_{обсл}$, найти матрицу перехода (\bar{C}) от одной проекции к другой: $\bar{\lambda}' = \bar{C} \bar{\lambda}$, определить составляющие матричного уравнения [5-7]:

$$\bar{C}^T \bar{\rho}' = (\bar{C}^T \bar{T}'_{обсл} \bar{C}) \bar{\lambda} \quad (1)$$

Решая уравнение (1) относительно λ , находим коэффициенты использования устройств в исходной сети. Данный подход позволяет при минимальных затратах оценить загрузку сетей, обеспечив тем самым определение остальных характеристик СеМО: распределение вероятностей состояний по отдельным системам: $p_n = f(\rho)$, а также средней очереди \bar{N} и среднего времени задержки \bar{T} .

Для проведения анализа перейдем от исходной сети к примитивной: при этом введем мнимые ветви для образования замкнутых контуров с соответствующими контурными интенсивностями (рис. 2).

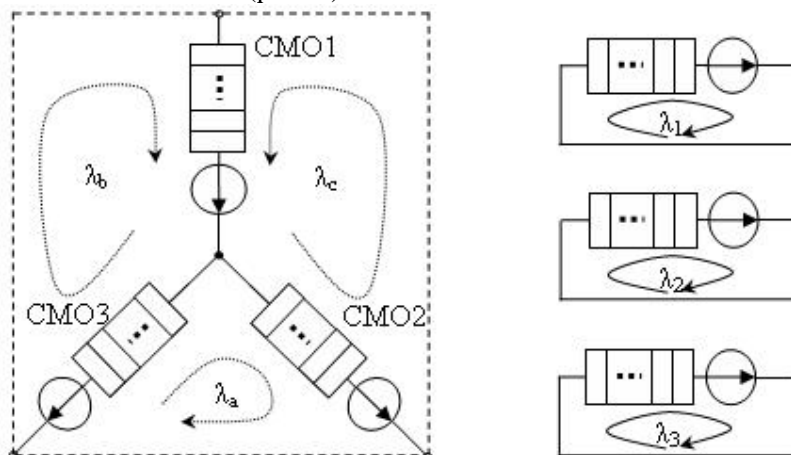


Рисунок 2 – Исследуемая сеть массового обслуживания, как контурная

Для определения матрицы перехода составим следующую таблицу соответствия контурных интенсивностей исходной и примитивной сетей:

	λ_a	λ_b	λ_c
λ_1	0	1	-1
λ_2	1	0	1
λ_3	-1	1	0

Следовательно, матрица перехода примет вид: $\bar{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Зададим среднюю длительность обслуживания: $\bar{t} = \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{pmatrix}$ и загрузку узлов

$$\begin{pmatrix} \rho'_1 \\ \rho'_2 \\ \rho'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_3 \end{pmatrix} \text{ для примитивной сети. Для исходной сети инвариантное}$$

$$\text{уравнение будет иметь вид: } \begin{pmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{aa} & t_{ab} & t_{ac} \\ t_{ba} & t_{bb} & t_{bc} \\ t_{ca} & t_{cb} & t_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{pmatrix}.$$

Следовательно, переходя от одной сети к другой, для загрузки исходной сети

$$\text{получим следующее выражение: } \begin{pmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_b \end{pmatrix} = \bar{C}^T \bar{\rho}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho'_1 \\ \rho'_2 \\ \rho'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho'_2 - \rho'_3 \\ \rho'_1 + \rho'_3 \\ -\rho'_1 + \rho'_2 \end{pmatrix}, \text{ а для}$$

времени обслуживания :

$$\begin{pmatrix} t_{aa} & t_{ab} & t_{ac} \\ t_{ba} & t_{bb} & t_{bc} \\ t_{ca} & t_{cb} & t_{cc} \end{pmatrix} = \bar{C}^T \bar{t} \bar{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_2 + t_3 & -t_3 & t_2 \\ -t_3 & t_1 + t_3 & -t_1 \\ t_2 & -t_1 & t_1 + t_2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Окончательно, можно записать: } \begin{pmatrix} \rho'_2 - \rho'_3 \\ \rho'_1 + \rho'_3 \\ -\rho'_1 + \rho'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_2 + t_3 & -t_3 & t_2 \\ -t_3 & t_1 + t_3 & -t_1 \\ t_2 & -t_1 & t_1 + t_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{pmatrix}. \text{ Решая}$$

полученное уравнение относительно λ_a , λ_b и λ_c , можно определить интенсивности поступления вызовов в системы исходной сети, как:

$$(\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3) = \bar{\lambda}^T \bar{C}^T = (\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c) \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ а коэффициенты использования}$$

каждого устройства исходной сети находим через следующее выражение:

$$(\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3) = \bar{\lambda}^T \bar{C}^T \bar{t} = (\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c) \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{pmatrix}.$$

Кроме вышепредставленного метода [3-6], позволяющего решать вопрос исследования сетей массового обслуживания, как моделей информационных сетей, с применением контурного метода, можно использовать несколько другой подход (который по аналогии с [1] можно назвать узловым методом), связанный с модификацией инвариантного уравнения $\bar{\rho} = \bar{\lambda} \bar{\mu}'_{\text{общ}}$, а именно, в виде: $\lambda = \rho \mu$, где μ – интенсивность обслуживания.

Определяя примитивную сеть, состоящую из такого же количества систем и описываемых инвариантным уравнением: $\bar{\lambda}' = \bar{\rho}' \bar{\mu}'$, находим матрицу перехода (\bar{A}) от

одной проекции к другой: $\bar{\rho}' = \bar{A}\bar{\rho}$, и определяем составляющие матричного уравнения, как: $\bar{A}^T \bar{\mu} \bar{A} \bar{\rho} = \bar{A}^T \bar{\lambda}$.

Рассмотрим использование данного подхода для СеМО, изображенной на рис.1. Для анализа используем примитивную сеть, состоящую из отдельных СМО с теми же интенсивностями обслуживания, что и в исходной сети. Для того чтобы определить матрицу перехода, вводим узловые загрузки ρ_a, ρ_b, ρ_c , относительно которых определяем загрузки СМО в исходной сети (рис.3).

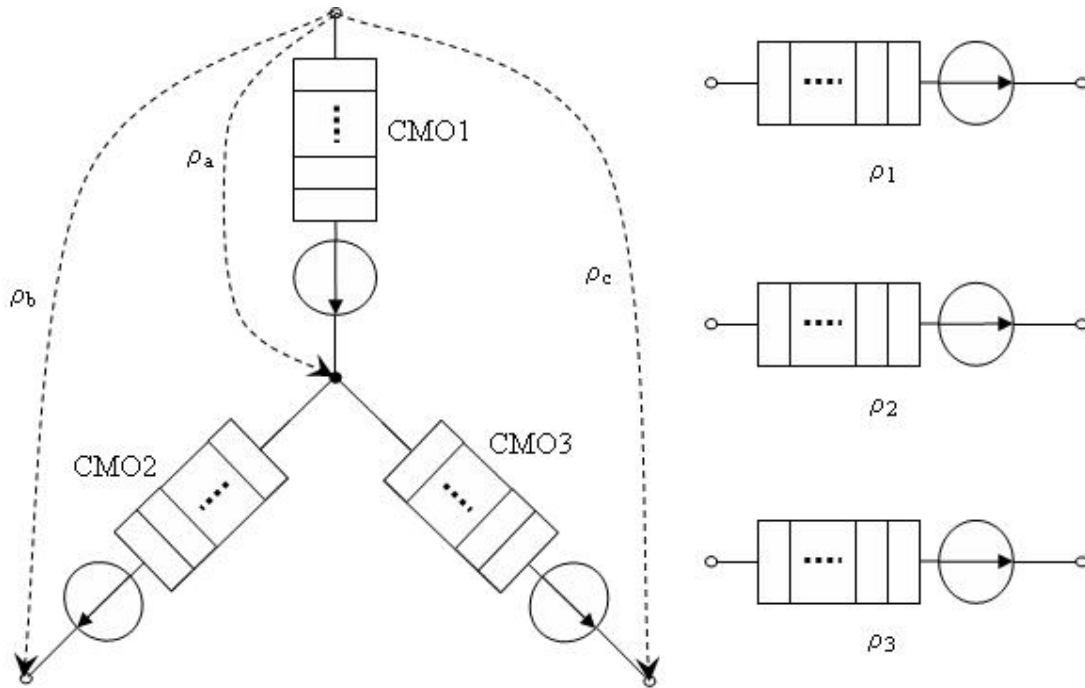


Рисунок 3 – Исследуемая сеть массового обслуживания, как узловая

Загрузка СМО1 будет определяться как: $\rho_1 = \rho_a$, остальные аналогично: $\rho_2 = -\rho_a + \rho_b$, $\rho_3 = -\rho_a + \rho_c$. Следовательно, матрица перехода будет иметь вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем матричное уравнение $\bar{A}^T \bar{\mu} \bar{A} \bar{\rho} = \bar{A}^T \bar{\lambda}$, как:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 & -\mu_2 & -\mu_3 \\ -\mu_2 & \mu_2 & 0 \\ -\mu_3 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix},$$

где: μ_i, λ_i – интенсивности обслуживания и поступления в СМО исследуемой СеМО.

Решая данную систему относительно узловых загрузок ρ_a, ρ_b, ρ_c при заданных интенсивностях обслуживания и поступления можно найти распределение загрузок в исследуемой сети. С другой стороны, в данной сети могут быть известны любые другие

параметры, и возможно нахождение значений тех величин, которые наиболее интересны.

Кроме того, при объединении возможностей контурного [3,4,6] и узлового методов, появляется возможность решения задачи определения вероятностно-временных характеристик сетей так называемого ортогонального типа [1], что позволит обеспечить дальнейшее расширение класса сетей, для которых возможно применение тензорного подхода.

В результате можно отметить, что данный подход позволяет при неизвестных теоретических выражениях для некоторого класса СМО оценивать их загрузку, а, следовательно, и анализировать качество обслуживания информационных потоков для сетей практически любой размерности, а при необходимости и синтезировать сети с заданными качественными параметрами. Кроме того, формализация процедуры определения распределения загрузки по узлам позволяет обеспечить простоту программной реализации данного метода [7,8].

Литература

1. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М. 1978.
2. Петров М.Н. Вероятностно-временные характеристики в сетях и системах передачи интегральной информации. Красноярск: КГТУ. 1997.
3. Ponomarev D.U. Tensors analysis for investigation next generation network // Proc. of IEEE International Siberian Conference on Control and Communications. Tomsk: The Tomsk IEEE Chapter & Student Branch. 2005, p. 53-57.
4. Пономарев Д.Ю. О подходе к анализу сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии // Труды V Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '06. М: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, с. 697-704.
5. Пономарев Д.Ю. Тензорная методология в телекоммуникациях // Системы управления и информационные технологии. 2006. №1.1(23), с. 161-165.
6. Пономарев Д.Ю. Тензорный метод для телекоммуникационных сетей // Труды КГТУ. – 2006. – №2-3. – С. 49-56.
7. Красницкий И.Г., Пономарев Д.Ю. Анализ пропускной способности информационных сетей. – М: ВНИИЦ, 2006. – №50200601595.
8. Пономарев Д.Ю. Исследование вероятностно-временных характеристик информационных сетей тензорным методом. – М: ВНИИЦ, 2006. – № 50200602174.

Сведения об авторе.

Пономарев Дмитрий Юрьевич,

кандидат технических наук;

год рождения 1976;

наименование вуза и год его окончания: Красноярский государственный технический университет, 1999;

направления научных исследований: теория телетрафика, системный анализ, теория массового обслуживания;

год защиты диссертации 2002;

место работы: Сибирский федеральный университет.

Кибернетика и высокие технологии XXI века: Материалы VIII Международной научно-технической конференции. – Воронеж: НПФ «Саквоее» ООО. – 2007. – Т.2. – С. 590-595.



Кибернетика и высокие технологии XXI века: Материалы VIII Международной научно-технической конференции. – Воронеж: НПФ «Саквоее» ООО. – 2007. – Т.2. – С. 590-595.