

К ВОПРОСУ ТЕНЗОРНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ*

Д.Ю. Пономарев

*Красноярский государственный технический университет
Красноярск, Россия
E-mail:kafaes@krasmail.ru*

** Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-1232.2005.9*

Моделирование информационных систем различного назначения очень часто сводится к исследованию различных параметров и характеристик систем и сетей массового обслуживания. Теория массового обслуживания предлагает достаточно много возможностей по оценке вероятностно-временных характеристик систем массового обслуживания различного вида, однако объединение систем в единую сеть массового обслуживания приводит к усложнению задачи анализа характеристик систем, особенно при исследовании сетей большой размерности. В данной работе предлагается метод оценки вероятностно-временных характеристик сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии, что позволяет обеспечить более простое решение данной задачи.

Ключевые слова: информационные сети, вероятностно-временные характеристики, тензорный метод, сети массового обслуживания.

Исследованию систем массового обслуживания посвящено достаточно большое количество работ. Известны результаты, полученные для систем с различными параметрами и характеристиками: по входному потоку, по распределению длительности обслуживания, по количеству обслуживающих приборов, по размерности буфера, приоритетам и т.д. Однако, в связи с тем, что в реальности применение отдельных систем массового обслуживания, а тем более использование систем массового обслуживания, как моделей реальных информационных (измерительных, телекоммуникационных, управляющих) систем, сильно ограничено. Для моделирования большинства реальных комплексов обслуживания информационных потоков достаточно использовать набор систем массового обслуживания с определенной структурой связи между ними, т.е. в качестве модели можно рассматривать сети массового обслуживания.

Сети массового обслуживания также исследуются достаточно давно, существует достаточно много классов сетей с известными результатами, однако при этом достаточно сложно применять полученный математический аппарат для инженерного анализа реальных информационных систем. В связи с этим, а также со

Информационные системы и технологии (IST'2006): третья Международная конференция: материалы – Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь. – 2006. – Ч.1. – С.215-218.

все более усложняющимися технологиями обслуживания информационных потоков, увеличением масштабов сетей, усложнением процессов обеспечения качества обслуживания, актуальной становится задача обеспечения дальнейшего развития информационных сетей простым, удобным и понятным аппаратом исследования основных характеристик данных сетей.

В данной работе предлагается применить для оценки вероятностно - временных характеристик (ВВХ) сетей массового обслуживания математический аппарат преобразования систем координат, рассматривая сети массового обслуживания, как геометрические объекты, проекции которых в различных системах координат различны, но физические свойства самих объектов при этом не меняются. Основоположителем тензорной методологии анализа систем является известный американский ученый и инженер Г. Крон, который впервые использовал тензорный анализ и топологию в приложении к теории электрических сетей [1]. Дальнейшее развитие идеи тензорного анализа для информационных систем получили в работах Петрова А.Е, Арменского А.Е., Кузнецова О.Л., Петрова М.Н.[2] и др.

Для инженерного анализа ВВХ сетей массового обслуживания (СеМО) в данной работе предлагается использовать в качестве инвариантного уравнения известное выражение для определения коэффициента использования устройств (ρ), дающее связь между интенсивностью поступления вызовов (λ) и средним временем обслуживания $\bar{\rho} = \bar{\lambda} \bar{t}_{\text{обсл}}$.

Применив тензорный метод для сложной сети массового обслуживания, используя понятия исходной и примитивной сети, можно получить выражения для определения загрузки в исходной сети, задавая параметры для примитивной сети. Например, в общем виде для СеМО, состоящей из некоторого числа систем, необходимо определить примитивную сеть, состоящую из такого же количества систем и описываемых инвариантным уравнением: $\bar{\rho}' = \bar{\lambda}' \bar{t}'_{\text{обсл}}$, найти матрицу перехода (\bar{C}) от одной проекции к другой: $\bar{\lambda}' = \bar{C} \bar{\lambda}$ и определить составляющие матричного уравнения: $(\bar{C}' \bar{t}'_{\text{обсл}} \bar{C}) \bar{\lambda} = \bar{C}' \bar{\rho}'$.

Решая полученное уравнение относительно $\bar{\lambda}$, находим коэффициенты использования устройств в исходной сети $\bar{\rho}$. Данный подход позволяет при минимальных затратах оценить загрузку сетей, обеспечив тем самым определение остальных характеристик СеМО: распределение вероятностей состояний по отдельным системам: $p_n = f(\rho)$, а также средней очереди \bar{N} и среднего времени задержки \bar{T} .

Кроме данных методов, изложенных в [3-6] и позволяющих решать вопрос исследования сетей массового обслуживания, как моделей информационных сетей, с применением контурного метода, можно использовать несколько другой подход, связанный с модификацией инвариантного уравнения $\bar{\rho} = \bar{\lambda} \bar{t}_{\text{обсл}}$, а именно, в виде: $\lambda = \rho \mu$, где μ – интенсивность обслуживания.

Определяя примитивную сеть, состоящую из такого же количества систем и описываемых инвариантным уравнением: $\bar{\lambda}' = \bar{\rho}' \bar{\mu}'$, находим матрицу перехода (\bar{A}) от

одной проекции к другой: $\bar{\rho}' = \bar{A}\bar{\rho}$, и определяем составляющие матричного уравнения, как: $\bar{A}^T \bar{\mu} \bar{A} \bar{\rho} = \bar{A}^T \bar{\lambda}$.

Рассмотрим использование данного подхода для СеМО, изображенной на рис.1. Исходная сеть состоит из трех систем массового обслуживания (СМО) и является узловой. Для анализа используем примитивную сеть, состоящую из отдельных СМО с теми же интенсивностями обслуживания, что и в исходной сети. Для того чтобы определить матрицу перехода, вводим узловые загрузки ρ_a, ρ_b, ρ_c , относительно которых определяем загрузки СМО в исходной сети.

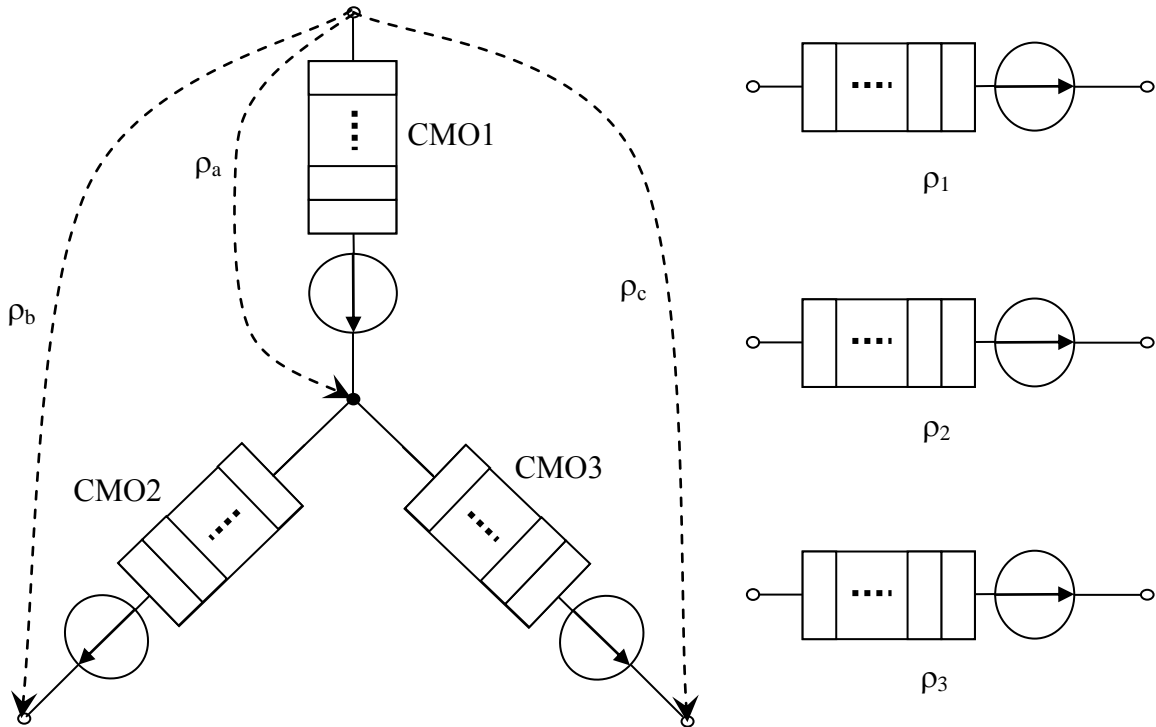


Рис.1 -- Исследуемая сеть массового обслуживания (слева - исходная, справа - примитивная)

Загрузка СМО1 будет определяться как: $\rho_1 = \rho_a$, остальные аналогично: $\rho_2 = \rho_a + \rho_b$, $\rho_3 = \rho_a + \rho_c$. Следовательно, матрица перехода будет иметь вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем матричное уравнение $\bar{A}^T \bar{\mu} \bar{A} \bar{\rho} = \bar{A}^T \bar{\lambda}$, как:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 & -\mu_2 & -\mu_3 \\ -\mu_2 & \mu_2 & 0 \\ -\mu_3 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_a \\ \rho_b \\ \rho_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix},$$

где: μ_i, λ_i – интенсивности обслуживания и поступления в СМО исследуемой СеМО.

Решая данную систему относительно узловых нагрузок ρ_a, ρ_b, ρ_c при заданных интенсивностях обслуживания и поступления можно найти распределение нагрузок в исследуемой сети. С другой стороны, в данной сети могут быть известны любые другие параметры, и возможно нахождение значений тех величин, которые наиболее интересны.

Кроме того, при объединении возможностей контурного [3,4,6] и представленного методов, появляется возможность решения задачи определения вероятностно-временных характеристик сетей так называемого ортогонального типа [1], что позволит обеспечить дальнейшее расширение класса сетей, для которых возможно применение тензорного подхода.

В результате можно отметить, что данный подход позволяет при неизвестных теоретических выражениях для некоторого класса СМО оценивать их нагрузку, а, следовательно, и анализировать качество обслуживания информационных потоков для сетей практически любой размерности, а при необходимости и синтезировать сети с заданными качественными параметрами. Кроме того, формализация процедуры определения распределения нагрузки по узлам позволяет обеспечить простоту программной реализации данного метода [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М. 1978.
2. Петров М.Н. Вероятностно-временные характеристики в сетях и системах передачи интегральной информации. Красноярск: КГТУ. 1997.
3. Ponomarev D.U. Tensors analysis for investigation next generation network // Proc. of IEEE International Siberian Conference on Control and Communications. Tomsk: The Tomsk IEEE Chapter & Student Branch. 2005, p. 53-57.
4. Пономарев Д.Ю. О подходе к анализу сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии // Труды V Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '06. М: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, с. 697-704.
5. Красницкий И.Г., Пономарев Д.Ю. Программно-вычислительный комплекс для анализа вероятностно-временных характеристик сетей интегрального обслуживания. М: ВНИИЦ, 2006. – №50200600037.
6. Пономарев Д.Ю. Тензорная методология в телекоммуникациях // Системы управления и информационные технологии. 2006. №1.1(23), с. 161-165.

Информационные системы и технологии (IST'2006): третья Международная конференция: материалы – Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь. – 2006. – Ч.1. – С.215-218.